Lösungen Prüfung SA I – Januar 2009 [Total 25 Punkte]

Pro falscher/zusätzlicher/fehlender Term jeweils ½ Punkt Abzug
Flüchtigkeitsfehler: ½ Punkt Abzug.
Folgefehler ergeben keine weiteren Abzüge falls die Schwierigkeit vergleichbar ist.

Kurzfragen *[= 6 Punkte]*

a) Starker Input alle 4Stunden dazwischen nichts

$$\frac{dC}{dt} = -kC + \begin{cases} N & t = 4i \quad i = 0,1,2.... \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$ [2Pkt]

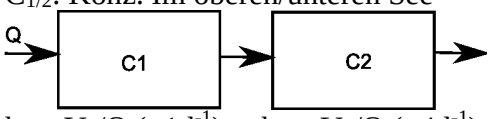
b) V1 ist am grössten.
Bei den anderen beiden kommt es auf die Volumen an. [1Pkt]

c) 6h (Buch Gl 4.76) [1Pkt]

d) linear mit ext. Relation [2Pkt]
nicht linear ohne ext. Relation
nicht linear ohne ext. Relation

Bergseen *[= 7 Punkte]*

a) $C_{1/2}$: Konz. Im oberen/unteren See [2Pkt]

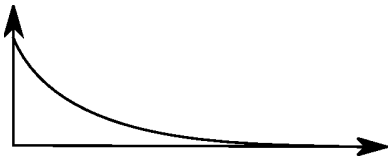


$k_1 = V_1/Q$ (=1d^{-1}) $k_2 = V_2/Q$ (=4d^{-1})

$$\frac{dC_1}{dt} = k_1 C_1$$

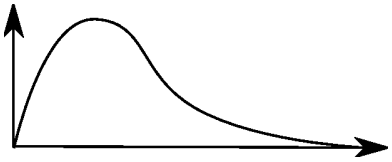
$$\frac{dC_2}{dt} = k_2 C_1 - k_2 C_2$$

b) [1Pkt]



c) [1.5Pkt]
$-\ln(0.05)/k_1$ = ca 3Tage [1]
Die Menge hat keinen Einfluss [1/2]

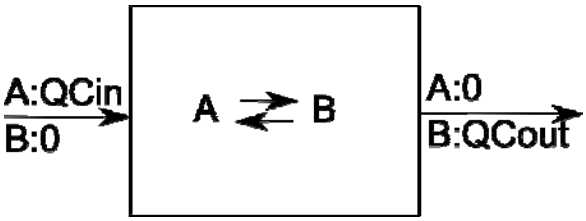
d) [1.5Pkt]



e) Nach 5 Tagen kommt von See 1 praktisch nichts mehr. [1Pkt]
Also nur noch Abbau mit Rate $k_2 = 4d^{-1}$.

Chemischer Reaktor *[= 12 Punkte]*

a) Q: Zufluss **[=3Pkt]**
$M_{A/B}$: Menge der Substanz A resp. B
$C_{A/B}$: Konzentration der Substanz A resp. B
$k_{A/B}$: chemische Umwandlungsraten



[1Pkt]

$$\frac{dM_A}{dt} = QC_{in} - k_A M_A + k_B M_B \qquad \frac{dC_A}{dt} = k_w C_{in} - k_A C_A + k_B C_B$$

$$\frac{dM_B}{dt} = k_A M_A - k_B M_B - QC_B \qquad \frac{dC_B}{dt} = k_A C_A - k_B C_B - k_w C_B$$

[2Pkt]

b) Im Endzustand ist die Output Konzentration B die der Input von A **[=4Pkt]**

$$\frac{dC_A}{dt} = k_w C_{in} - k_A C_A + k_B C_B = 0 \qquad C_A = \frac{k_w C_{in} + k_B C_B}{k_A}$$

$$\frac{dC_B}{dt} = k_A C_A - k_B C_B - k_w C_B = 0 \qquad C_B = \frac{k_A C_A}{k_w + k_B}$$

[1Pkt]

$$C_B = \frac{k_A}{k_w + k_B} \frac{k_w C_{in} + k_B C_B}{k_A} = \frac{k_w C_{in} + k_B C_B}{k_w + k_B}$$

$$\rightarrow \qquad k_B C_B + k_w C_B - k_B C_B = k_w C_{in}$$

$$\rightarrow \qquad C_B = C_{in} \qquad C_A = C_{in} \frac{k_w + k_B}{k_A}$$

[2Pkt]

$$C_A^\infty = 10 \frac{2+1}{2} = 15 mg/l \qquad C_B^\infty = 10 mg/l$$

[1Pkt]

c) Jacobimatrix **[=5Pkt]**

$$\begin{bmatrix} -k_A & k_B \\ k_A & -k_B - k_w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$$

[2Pkt]

Eigenwerte: -1 & -4 [2Pkt]

Anpassungszeit 99% = $-\frac{\ln(0.01)}{\min(|\lambda_i|)} \simeq -\frac{-4.6}{1} = 4.6h$ [1Pkt]